МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ

Одобрено на заседании
Ученого совета ИАТЭ
НИЯУ МИФИ
Протокол от 24.04.2023 №23.4

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине

Линейная алгебра
название дисциплины

для направления подготовки

14.03.01 Ядерная энергетика и теплофизика
код и направления подготовки

образовательная программа

Монтаж, наладка и ремонт оборудования АЭС

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2023 г.

Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – является обязательным приложением к рабочей программе дисциплины «Линейная алгебра» и обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.

Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Линейная алгебра» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- контроль и оценка степени освоения компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данной дисциплины.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. В результате освоения ОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Код компетенций	***Наименование компетенции***	***Код и наименование индикатора достижения компетенции***
ОПК-1	Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	З-ОПК-1 Знать: базовые законы естественнонаучных дисциплин; основные математические законы; основные физические явления, процессы, законы и границы их применимости; сущность основных химических законов и явлений; методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования; У-ОПК-1 Уметь: выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат; В-ОПК-1 Владеть: математическим аппаратом для разработки моделей процессов и явлений, решения практических задач профессиональной деятельности; навыками использования основных общефизических законов и принципов
УКЕ-1	Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	З-УКЕ-1 Знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования; У-УКЕ-1 Уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи; В-УКЕ-1 Владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами.

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;
- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;
- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см. РПД).

1.3. Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Индикатор достижения компетенции	Наименование оценочного средства текущей и промежуточной аттестации
Текущая аттестация, 2 семестр			
1.	Матрицы, определители, системы уравнений	З-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1; З-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1	Контрольная работа № 1
2.	Линейные пространства, базис, координаты	З-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1; З-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1	Контрольная работа № 2
3.	Линейные операторы, собственные векторы,	З-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1; З-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1	Контрольная работа №2
4.	Евклидовы пространства, квадратичные формы	З-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1; З-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1	Контрольная работа № 3
Промежуточная аттестация, 2 семестр			
	Экзамен	З-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1; З-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1	Вопросы к экзамену

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

<table>
<tr><th>Уровни</th><th>Содержательное описание уровня</th><th>Основные признаки выделения уровня</th><th>БРС, % освоения</th><th>ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета</th></tr>
<tr><td>Высокий
Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</td><td>Творческая деятельность</td><td>Включает нижестоящий уровень.
Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий</td><td>90-100</td><td>A/
Отлично/
Зачтено</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Продвинутый
Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</td><td rowspan="2">Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы</td><td rowspan="2">Включает нижестоящий уровень.
Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.</td><td>85-89</td><td>B/
Очень хорошо/
Зачтено</td></tr>
<tr><td>75-84</td><td>C/
Хорошо/
Зачтено</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Пороговый
Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне</td><td rowspan="2">Репродуктивная деятельность</td><td rowspan="2">Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.</td><td>65-74</td><td>D/Удовлетворительно/
Зачтено</td></tr>
<tr><td>60-64</td><td>E/Посредственно
/Зачтено</td></tr>
<tr><td>Ниже порогового</td><td colspan="2">Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.</td><td>0-59</td><td>Неудовлетворительно/
Незачтено</td></tr>
</table>

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	**Текущий контроль**	**Промежуточная аттестация**
высокий	**высокий**	**высокий**
	продвинутый	*высокий*
	высокий	*продвинутый*
продвинутый	*пороговый*	*высокий*
	высокий	*пороговый*
	продвинутый	**продвинутый**
	продвинутый	*пороговый*
	пороговый	*продвинутый*
пороговый	**пороговый**	**пороговый**
ниже порогового	**пороговый**	**ниже порогового**
	ниже порогового	**-**

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

- Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.
- Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.
- Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.
- Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:
  - контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.
  - контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.
- Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	**Неделя**	**Балл**	
		Минимум*	Максимум**
Текущая аттестация	**1-16**	**36 - 60% от максимума**	**60**
Контрольная точка № 1	**7-8**	**18 (60% от 30)**	**30**
Контрольная работа №1	7	9	15
Контрольная работа №2	8	9	15
Контрольная точка № 2	**15-16**	**18 (60% от 30)**	**30**
Контрольная работа №3	16	18	30
Промежуточная аттестация	**-**	**24 – (60% 40)**	**40**
Экзамен	-		
Вопрос 1	-	12	20

Вопрос 2	-	12	20
ИТОГО по дисциплине		**60**	**100**

* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

4.Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ

Направление подготовки	**14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика»**
Образовательная программа	**«Монтаж, наладка и ремонт оборудования АЭС»**
Дисциплина	**Линейная алгебра**

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Базисный минор. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
2. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Норма вектора. Ортогональность. Неравенство Коши-Буняковского.
3. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Норма вектора. Ортогональность. Неравенство треугольника.
4. Замена базиса. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат при переходе к новому базису (с доказательством).
5. Знакопостоянные квадратичные формы. Закон инерции квадратичной формы. Критерии знакопостоянства.
6. Изменение матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису.
7. Инварианты кривых второго порядка. Теорема об инвариантах кривых второго порядка. Исследование кривой второго порядка (Пример)
8. Исследование и решение произвольной СЛАУ методом Гаусса.
9. Координаты вектора в ортонормированном базисе. Скалярное произведение в произвольном и в ортонормированном базисе.
10. Линейная зависимость и независимость векторов. Определения. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Определения.
11. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Теорема о необходимом и достаточном условии линейной зависимости.
12. Линейная оболочка системы векторов. Определение. Две теоремы о линейной оболочке.
13. Линейные операторы в R^n. Матрица линейного оператора. Пример.
14. Линейные пространства. Определение. Примеры линейных пространств.
15. Матрица линейного оператора. Теорема о матрице линейного оператора.
16. Матрица линейного оператора. Теорема о связи матриц линейного оператора в различных базисах.
17. Нормальный вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа (пример).
18. Обратная матрица. Определение. Теорема существования обратной матрицы (док-во).
19. Обратный оператор. Определение. Пример. Теорема об обратном операторе.
20. Однородные СЛАУ. Свойства решений. ФСР (определение). Теорема о ФСР.
21. Однородные СЛАУ. Три свойства решений однородной СЛАУ (с док-вом).
22. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами.
23. Определители n-го порядка. Определение. Свойства определителей n-го порядка.

24. Определитель матрицы. Определение. Свойства определителя.
25. Ортогональный оператор. Определение. Свойства ортогонального оператора.
26. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
27. Пересечение и сумма подпространств. Теорема о размерности суммы и пересечения двух подпространств (без док-ва). Прямая сумма подпространств.
28. Подпространства линейного пространства. Определение. Линейная оболочка векторов. Две теоремы о линейной оболочке.
29. Положительная и отрицательная определённость квадратичной формы. Критерий знакопределённости квадратичной формы по каноническому виду.
30. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования.
31. Прямая сумма подпространств. Определение. Теорема о размерности прямой суммы подпространств (без док-ва). Пример.
32. Самосопряжённый оператор. Определение. Свойства самосопряжённого оператора
33. Скалярное произведение в произвольном и в ортонормированном базисе.
34. Собственный вектор и собственное число линейного оператора. Теорема о собственном числе линейного оператора (с док-вом).
35. Собственный вектор и собственное число линейного оператора. Теорема о приведении матрицы линейного оператора к диагональной.
36. Собственный вектор и собственное число линейного оператора. Теорема о собственных векторах, отвечающих различным собственным числам.
37. Сопряжённый и самосопряжённый оператор. Свойства самосопряжённого оператора.
38. Теорема Крамера (с док-вом). Решение квадратных СЛАУ по правилу Крамера.
39. Теорема Крамера (с док-вом). Решение невырожденных квадратных СЛАУ по правилу Крамера.
40. Теорема Кронекера-Капелли. Условие единственности решения СЛАУ.
41. Ядро и образ линейного оператора. Теорема о размерности ядра и образа линейного оператора.

Описание шкалы оценивания:

Оценка	Критерии оценки
Отлично 36–40	**Студент должен:** – продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; – исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; – правильно формулировать определения; – продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; – уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30–35	**Студент должен:** – продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; – продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; – продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; – уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 24–29	**Студент должен:** – продемонстрировать общее знание изучаемого материала; – показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; – уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; – знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.

Неудовлетворительно 23 и меньше	**Студент демонстрирует:** – незнание значительной части программного материала; – не владение понятийным аппаратом дисциплины; – существенные ошибки при изложении учебного материала; – неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; – неумение делать выводы по излагаемому материалу.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ

Направление подготовки	**14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика»**
Образовательная программа	**«Монтаж, наладка и ремонт оборудования АЭС»**
Дисциплина	**Линейная алгебра**

ЗАДАЧИ НА ЭКЗАМЕН

Билет 1

1. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -12 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$$

2. Найти общее решение системы. Указать частное решение

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 &= 1 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 &= 3 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 &= 2 \end{aligned}$$

Билет 2

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

2. В базисе $\mathbf{e_1}, \mathbf{e_2}, \mathbf{e_3}$ вектор $\mathbf{x}$ имеет координаты $\mathbf{x} = (6, -1, 3)$. Найти его координаты в базисе

$$\begin{aligned} \mathbf{e}'_1 &= \mathbf{e_1} + \mathbf{e_2} + 2\mathbf{e_3} \\ \mathbf{e}'_2 &= 2\mathbf{e_1} - \mathbf{e_2} \\ \mathbf{e}'_3 &= -\mathbf{e_1} + \mathbf{e_2} + \mathbf{e_3} \end{aligned}$$

Билет 3

1. Найти все значения параметра λ, при которых ранг матрицы A равен двум. Найти A^{-1} при $\lambda = 0$
.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ \lambda & 0 & 1 \\ 4 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Найти матрицу оператора A в базисе $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = -4\mathbf{e_1} - 5\mathbf{e_2}$, если она задана в базисе $\mathbf{e_1}, \mathbf{e}_2$:

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$

Билет 4

1. Решить матричное уравнение $XA = B$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Найти образ и ядро линейного оператора, заданного в некотором базисе $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\ \mathbf{e}_3$ матрицей $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Билет 5

1. Найти общее решение системы. Указать частное решение

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 &= 1 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - x_4 &= 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 &= 3 \end{aligned}$$

2. Подпространство L_1 - линейная оболочка векторов $\mathbf{a}_1 = (1{,}2{,}0{,}1),\ \mathbf{a}_2 = (1{,}1{,}1{,}0)$, подпространство L_2 - линейная оболочка векторов $\mathbf{b}_1 = (1{,}0{,}1{,}0),\ \mathbf{b}_2 = (1{,}3{,}0{,}1)$. Найти размерность суммы и пересечения подпространств.

Билет 6

1. Найти ФСР и записать общее решение однородной системы

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 &= 0 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 &= 0 \end{aligned}$$

2. Найти матрицу, область значений и ядро оператора ортогонального проектирования на плоскость $y - z = 0$.

Билет 7

1. Оператор A в базисе $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ имеет матрицу $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, оператор B в базисе $\mathbf{e}_1' = 2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2,\ \mathbf{e}_1' = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$ имеет матрицу $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$. Найти матрицу суммы операторов в новом (штрихованном) базисе.

2. Дополнить до ортогонального базиса систему векторов

$\mathbf{a}_1 = (1,-2,2,-3)$, $\mathbf{a}_2 = (2,-3,2,4)$.

Билет 8

1. Найти образ и ядро линейного оператора, заданного в некотором базисе $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\ \mathbf{e}_3$ матрицей

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 3 & 1 & -1\\ 4 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

2. Ортогонализовать систему векторов

$\mathbf{e}_1=(1,1,0,0)$, $\mathbf{e}_2=(1,0,1,1)$, $\mathbf{e}_3=(0,1,0,-1)$.

Билет 9

1. Найти собственные вектора и собственные значения оператора, заданного матрицей

$$A=\begin{pmatrix}5 & 4 & 6\\ 4 & 5 & 6\\ -4 & -4 & -5\end{pmatrix}$$

2. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа

$$f(\mathbf{x})=4x_1^2+8x_1x_2+4x_1x_3+5x_2^2+8x_2x_3+4x_3^2$$

Билет 10.

1. Привести матрицу оператора простой структуры к диагональному виду. Указать диагонализующую матрицу.

$$A=\begin{pmatrix}4 & -2 & 0\\ -2 & 3 & -2\\ 0 & -2 & 2\end{pmatrix}$$

2. Найти ортогональную проекцию вектора $\mathbf{x}=(1,3,-1,3)$ на подпространство с базисом $\mathbf{e}_1=(1,-1,1,1)$, $\mathbf{e}_2=(5,1,-3,3)$.

Билет 11

1. В пространстве R^3 даны операторы $A\mathbf{x}=(x_1-2x_3,x_1,x_2+x_3)$, $B\mathbf{x}=(-2x_3,x_1,x_1+x_3)$. Найти матрицу оператора $A+B^2$ в каноническом базисе $\mathbf{e}_1=(1,0,0),\mathbf{e}_2=(0,1,0),\mathbf{e}_3=(0,0,1)$.

2. Найти все значения параметра λ при которых квадратичная форма положительно определена

$$f(\mathbf{x})=2x_1^2+2\lambda x_1x_2+2x_1x_3+x_2^2+3x_3^2$$

Билет 12

1. Найти собственные вектора и собственные значения оператора, заданного матрицей

$$A=\begin{pmatrix}4 & -3 & 3\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$$

2. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием

$$f(\mathbf{x})=3x_1^2+4x_1x_2+4x_2^2+5x_3^2-4x_2x_3$$

Билет 13

1. Исследовать квадратичную форму на знакоопределенность

$$f(\mathbf{x})=-8x_1^2+4x_1x_2-2x_1x_3-5x_2^2+2x_2x_3-6x_3^2$$

2. Найти ФСР и записать общее решение однородной системы

$$x_1+2x_2-2x_3-3x_4=0$$
$$2x_1+5x_2-x_3-4x_4=0$$
$$x_1+3x_2+x_3-x_4=0$$

Билет 14

1.Исследовать на линейную зависимость систему векторов

$\mathbf{a}_1=(1,3,-2,1)$, $\mathbf{a}_2=(3,-1,1,1)$, $\mathbf{a}_3=(8,4,-2,4)$

2. В базисе $\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2$ координаты вектора $\mathbf{x}=(7,-5)$. Найти его координаты в базисе $\mathbf{e}'_1=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2=\frac{4}{5}\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2$.

Билет 15.

1. Найти матрицу перехода от базиса $\mathbf{a}_1,\mathbf{a}_2$ к базису $\mathbf{b}_1,\mathbf{b}_2$ если

$$\mathbf{a}_1=\mathbf{e}_1+2\mathbf{e}_2,\ \mathbf{a}_2=\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2,$$
$$\mathbf{b}_1=2\mathbf{e}_1-3\mathbf{e}_2,\ \mathbf{b}_2=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2,$$

2. Исследовать кривую и построить график $-x^2-y^2+4xy+2x-4y+1=0$

Билет 16

1. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix}-1 & 1\\ -2 & 1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & -10\\ 1 & 4\end{pmatrix}$$

2. Найти собственные вектора и собственные значения оператора, заданного матрицей $A=\begin{pmatrix}3 & -1 & -1\\ 0 & 2 & -1\\ 0 & -1 & 2\end{pmatrix}$

Билет 17

1. Найти общее решение системы. Указать частное решение

$$x_1-2x_2+3x_3+4x_5=1$$
$$4x_1-7x_2+2x_3+x_4=3$$
$$3x_1-5x_2-x_3+x_4-4x_5=2$$

2. Найти матрицу оператора A в базисе $\mathbf{e}'_1=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2=-\mathbf{e}_1+5\mathbf{e}_2$, если она задана в базисе $\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2$: $A=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 4 & 1\end{pmatrix}$.

Билет 18

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix}1 & 2 & 2 & 5\\ 0 & -1 & 1 & 2\\ 3 & 1 & -1 & 1\\ 1 & -2 & -1 & -1\end{vmatrix}$$

2. Исследовать кривую и построить график $x^2+y^2+4xy-8x-4y+1=0$

Билет 19

1. Ортогонализовать систему векторов

$\mathbf{e}_1 = (1,0,0,2),\ \mathbf{e}_2 = (2,1,0,3),\ \mathbf{e}_3 = (-3,2,1,1)$.

2. Привести матрицу оператора простой структуры к диагональному виду. Указать диагонализующую матрицу.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Билет 20

1. Найти все значения параметра λ при которых квадратичная форма положительно определена

$$f(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 2\lambda x_1x_2 + 2x_1x_3 + x_2^2 + 3x_3^2$$

2. Построить ортонормированный базис из собственных векторов оператора, заданного матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Билет 21

1. Найти матрицу, образ и ядро оператора поворота относительно оси Z на угол $\pi/2$.

2. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа

$$f(\mathbf{x}) = 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 12x_2x_3 + 4x_3^2$$

Билет 22

1. Дополнить до ортогонального базиса систему векторов

$\mathbf{a}_1 = (1,2,2,-3)$, $\mathbf{a}_2 = (2,-3,2,0)$.

2. Найти ФСР и записать общее решение однородной системы

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 &= 0 \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 &= 0 \end{aligned}$$

Билет 23

1. Найти собственные вектора и собственные значения оператора, заданного матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Исследовать квадратичную форму на знакоопределенность

$$f(\mathbf{x}) = 3x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_2^2 + 5x_3^2 - 4x_2x_3$$

Билет 24

1. В пространстве R^3 даны операторы $A\mathbf{x} = (x_1 + x_3, x_1, x_2 - x_3),\ B\mathbf{x} = (2x_3, x_1, x_1 + x_2)$. Найти матрицу оператора $A^2 + B$ в каноническом базисе $\mathbf{e}_1 = (1,0,0), \mathbf{e}_2 = (0,1,0), \mathbf{e}_3 = (0,0,1)$.

2. Найти собственные вектора и собственные значения оператора, заданного матрицей

$$A=\begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Билет 25

1. Найти матрицу оператора A в базисе $\mathbf{e}'_1=\mathbf{e}_1+3\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2$, если она задана в базисе $\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2$:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Исследовать кривую и построить график: $3x^2+3y^2-2xy-6x+2y+1=0$.

<u>Критерии оценивания компетенций (результатов):</u>
Отлично/хорошо/удовлетворительно/неудовлетворительно

<u>Описание шкалы оценивания:</u>

Оценка	**Критерии оценки**
Отлично 36-40	Студент должен: - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 25-29	Студент должен: - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
Неудовлетворительно 24 и меньше	Студент демонстрирует: - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ

Направление подготовки	**14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика»**
Образовательная программа	**«Монтаж, наладка и ремонт оборудования АЭС»**
Дисциплина	**Линейная алгебра**

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Контрольная работа 1

Вариант 1.

1. Выполнить действие:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T \times \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Найти определитель

$$\begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 1 & 5 & 7 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Выполнить действие:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Найти определитель

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & 1 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

Критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 4 предложенных заданий одного из вариантов.

Описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: задание (1,2) – 3 балла; задания (3 –5) каждое –4 балла.

Контрольная работа 2

Вариант 1

1. (5) Найти координаты вектора $x = (7, -5)$ в базисе e_1', e_2', если он задан в базисе e_1, e_2:
$e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = \frac{4}{5}e_1 - e_2$.

2. (5) Найти матрицу, область значений и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $y - x = 0$.

3. (5)Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

4. (5) Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы при переходе к другому базису.

Вариант 2

1. (5) Найти координаты вектора x в базисе (e_1', e_2'), если он задан в базисе (e_1, e_2):
$e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = e_1 - 2e_2$, $x = (7, -5)$.

2. (5) Найти область значений и ядро линейного оператора $f : X \to X$, заданного в некотором базисе e_1, e_2 e_3 матрицей. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

3. (5)Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

4. (5) Размерность и базис линейного пространства. Теорема о разложении по базису.

Критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 5 предложенных заданий одного из вариантов.

Описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: все задания по пять баллов.

Контрольная работа 3

Вариант 1

1. Ортогонализовать векторы: $\vec{f}_1 = (2,1,0)$, $\vec{f}_2 = (1,-1,1)$.

2. Дополнить до ортогонального базиса систему векторов: $\vec{f}_1 = (2,1,1)$, $\vec{f}_2 = (1,1,3)$.

3.Построить ортонормированный базис из собственных векторов оператора $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$.

4. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}_1 = (2,-1,3)$, $\vec{a}_2 = (1,1,2)$ используя матрицу Грама.

5. Привести квадратичную форму $f(\vec{x}) = x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 - x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа.

6. Найти ортогональную проекцию вектора $\vec{x} = (1,2-1)$ на подпространство L_1 с базисом $\vec{a}_1 = (1,0,1)$, $\vec{a}_2 = (1,2,-2)$

7. Исследовать квадратичную форму $f(\vec{x}) = 5x_1^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_2x_3 + 3x_3^2$ на знакоопределённость.

8. Привести уравнение кривой $-4x^2 - 4y^2 + 2xy + 10x - 10y + 1 = 0$ к каноническому виду.

Вариант 2

1. Ортогонализовать векторы: $\vec{f}_1 = (1,1,0)$, $\vec{f}_2 = (1,-2,-1)$.

2. Найти размерность и базис ортогонального дополнения к линейной оболочке векторов: $\vec{f}_1 = (1,1,1)$, $\vec{f}_2 = (1,-1,1)$.

3. Построить ортонормированный базис из собственных векторов оператора $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Найти площадь параллелограмма построенного на векторах $\vec{a}_1 = (2,-1,1)$, $\vec{a}_2 = (1,3,1)$, используя матрицу Грама.

5. Привести квадратичную форму $f(\vec{x}) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 8x_2x_3 + x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа.

6. Привести квадратичную форму $f(\vec{x}) = 4x_1^2 - 18x_1x_2 + 4x_2^2$ к каноническому виду ортогональным преобразованием

7. Исследовать квадратичную форму $f(\vec{x}) = -8x_1^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 5x_2^2 + 2x_2x_3 - 6x_3^2$ на знакоопределённость.

8. Привести уравнение кривой $-2xy - 2x - 2y + 1 = 0$ к каноническому виду.

<u>Критерии оценивания компетенций (результатов):</u>

Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 5 предложенных заданий одного из вариантов.

<u>Описание шкалы оценивания:</u>

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20